

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2<sup>ο</sup>: ΚΥΜΑΤΑ

### ΕΝΟΤΗΤΑ 1: Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΟΥ ΚΥΜΑΤΟΣ - ΜΗΧΑΝΙΚΑ ΚΥΜΑΤΑ

#### ΘΕΜΑ Β

##### Ερώτηση 1.

Εγκάρσιο αρμονικό κύμα διαδίδεται σε ομογενές γραμμικό ελαστικό μέσο και προς την θετική κατεύθυνση του άξονα  $x'x$ . Θεωρούμε ότι η πηγή παραγωγής του κύματος βρίσκεται στο σημείο  $O$ , αρχή του άξονα  $x'x$ .

Δύο σημεία  $A$  και  $B$  του ελαστικού μέσου, έχουν κάποια χρονική στιγμή φάσεις

$$\varphi_A = 11\frac{\pi}{6} \text{ rad/s} \text{ και } \varphi_B = 10\pi \text{ rad/s} \text{ αντίστοιχα.}$$

Η απόσταση του σημείου  $B$  από την πηγή παραγωγής του κύματος είναι:

α) μεγαλύτερη από αυτή του  $A$ .

β) μικρότερη από αυτή του  $A$ .

γ) ίση με αυτή του  $A$ .

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

##### Ερώτηση 2.

Δύο αρμονικά εγκάρσια κύματα διαδίδονται σε ελαστική χορδή κατά την θετική κατεύθυνση.

Αν είναι γνωστό ότι το πλάτος του δεύτερου κύματος είναι διπλάσιο του πρώτου ( $A_2 = 2A_1$ ) ενώ τα μήκη κύματος των δύο αυτών κυμάτων είναι ίσα ( $\lambda_2 = \lambda_1$ ), τότε για τα μέτρα των μέγιστων ταχυτήτων ταλάντωσης των μορίων της ελαστικής χορδής θα ισχύει:

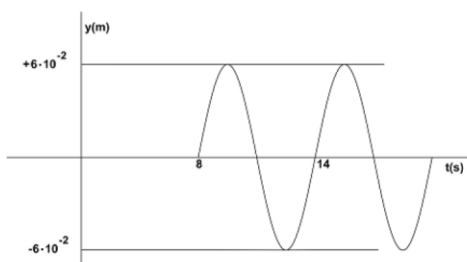
α)  $\frac{u_{\max 1}}{u_{\max 2}} = 2$

β)  $\frac{u_{\max 1}}{u_{\max 2}} = 1$

γ)  $\frac{u_{\max 1}}{u_{\max 2}} = \frac{1}{2}$

##### Ερώτηση 3.

Η παρακάτω γραφική παράσταση, αναφέρεται στη ταλάντωση ενός σημείου  $A$  ενός ομογενούς ελαστικού μέσου στο οποίο διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα με ταχύτητα  $u = 4\text{m/s}$ .



α) Η περίοδος του κύματος είναι:

1) 6s .

2) 8s .

3)  $6 \cdot 10^{-2}$  s .

β) Το μήκος του κύματος είναι:

1) 24m .

2)  $\frac{2}{3}$  m .

3) 2m .

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

#### Ερώτηση 4.

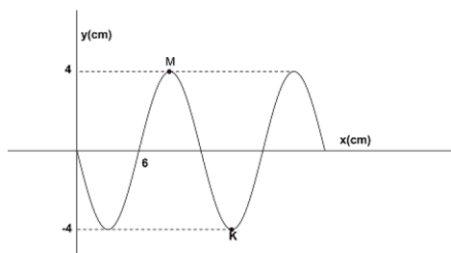
Δίνεται η εξίσωση της φάσης ενός γραμμικού αρμονικού κύματος που διαδίδεται σε γραμμικό ομογενές ελαστικό μέσο:  $\varphi = \frac{2\pi}{3}(6t - 2x)$  στο S.I. Ένα σημείο Σ απέχει 6 m από την πηγή δημιουργίας του κύματος. Το κύμα τη χρονική στιγμή  $t = 1s$ :

- α) δεν έχει φτάσει στο σημείο Σ.
- β) μόλις έφτασε στο σημείο Σ.
- γ) έχει προσπεράσει το σημείο Σ.

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

#### Ερώτηση 5.

Στο παρακάτω διάγραμμα φαίνεται το στιγμιότυπο ενός γραμμικού αρμονικού κύματος που διαδίδεται σε ομογενές ελαστικό μέσο κάποια χρονική στιγμή.



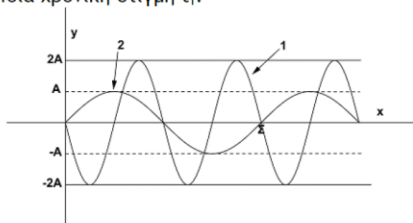
Το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος KM εκείνη τη χρονική στιγμή είναι ίση με

- α) 10cm .
- β) 8cm .
- γ) 6cm .

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

#### Ερώτηση 6.

Οι παρακάτω γραφικές παραστάσεις αναφέρονται σε στιγμιότυπα δύο εγκάρσιων αρμονικών κυμάτων (1) και (2), που διαδίδονται στο ίδιο ομογενές ελαστικό μέσον κάποια χρονική στιγμή  $t_1$ .



A) Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας το παραπάνω διάγραμμα και να σχεδιάσετε τη φορά του διανύσματος της ταχύτητας του σημείου Σ τη χρονική στιγμή  $t_1$ , για τις δύο αυτές περιπτώσεις.

B) Αν  $u_{\max 1}$  και  $u_{\max 2}$  τα μέτρα των μέγιστων ταχυτήτων ταλάντωσης του σημείου Σ από τα δύο κύματα, τότε ισχύει ότι:

α)  $\frac{u_{\max 1}}{u_{\max 2}} = 2$  .

β)  $\frac{u_{\max 1}}{u_{\max 2}} = 1$  .

γ)  $\frac{u_{\max 1}}{u_{\max 2}} = 4$  .

### Ερώτηση 7.

Δίνονται οι εξισώσεις δύο εγκάρσιων μηχανικών αρμονικών κυμάτων στο (S.I.), καθένα από τα οποία διαδίδεται σε διαφορετικό ομογενές γραμμικό ελαστικό μέσο.

$$1) y_1 = 5 \cdot 10^{-1} \eta \mu \pi \left( \frac{t}{5} - x \right),$$

$$2) y_2 = 2 \cdot 10^{-2} \eta \mu 2\pi \left( \frac{t}{4} + x \right).$$

A) Η ταχύτητα διάδοσης του πρώτου κύματος είναι

- α) μεγαλύτερη της ταχύτητας διάδοσης του δεύτερου.
- β) μικρότερη της ταχύτητας διάδοσης του δεύτερου.
- γ) ίση με τη ταχύτητα διάδοσης του δεύτερου.

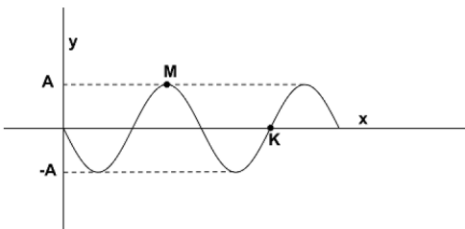
B) το μέτρο της μέγιστης επιτάχυνσης που έχουν τα μόρια του ελαστικού μέσου στο οποίο διαδίδεται το πρώτο κύμα είναι:

- α) μεγαλύτερο
- β) μικρότερο
- γ) ίσο με αυτό των μορίων του ελαστικού μέσου στο οποίο διαδίδεται το δεύτερο κύμα.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

### Ερώτηση 8.

Δίνεται το στιγμιότυπο ενός εγκάρσιου αρμονικού κύματος που διαδίδεται σε ομογενές γραμμικό ελαστικό μέσον και προς τη θετική κατεύθυνση. Η πηγή παραγωγής αυτού του κύματος βρίσκεται στην αρχή του άξονα  $x'x$ .



Για τις φάσεις των σημείων M και K ισχύει:

- α)  $\varphi_M > \varphi_K$ .
- β)  $\varphi_M = \varphi_K$ .
- γ)  $\varphi_M < \varphi_K$ .

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

### ΘΕΜΑ Γ

#### Άσκηση 1.

Μια πηγή O που βρίσκεται στην αρχή του άξονα  $x'x$ , αρχίζει να εκτελεί τη χρονική στιγμή  $t=0$ , απλή αρμονική ταλάντωση με εξίσωση  $y_0 = 6 \cdot 10^{-2} \eta \mu \pi t$  (S.I.). Το παραγόμενο γραμμικό αρμονικό κύμα διαδίδεται κατά τη θετική κατεύθυνση του άξονα  $x'x$  με ταχύτητα  $u = 8 \text{ m/s}$  σε γραμμικό ομογενές ελαστικό μέσο.

- α) Να βρείτε την περίοδο, τη συχνότητα και το μήκος κύματος.
- β) Να γράψετε την εξίσωση του κύματος.
- γ) Ποια χρονική στιγμή θα αρχίσει να κινείται ένα σημείο M του άξονα  $x'x$  που βρίσκεται στη θέση  $x = 20 \text{ m}$ ;
- δ) Να βρείτε τη φάση του σημείου M τις χρονικές στιγμές:  $t_1 = 1,5 \text{ s}$  και  $t_2 = 2,5 \text{ s}$ .
- ε) Να γράψετε για το σημείο M την εξίσωση της απομάκρυνσης  $y$  σε συνάρτηση με το χρόνο και να γίνει η γραφική της παράσταση.

### Άσκηση 2.

Μια πηγή  $O$  αρχίζει να εκτελεί, τη χρονική στιγμή  $t=0$ , απλή αρμονική ταλάντωση. Το παραγόμενο από την πηγή αρμονικό γραμμικό κύμα διαδίδεται σε ομογενές ελαστικό μέσο κατά τη θετική κατεύθυνση  $x'x$  και έχει εξίσωση:  $y = 5 \cdot 10^{-2} \eta \mu \pi \left( \frac{t}{2} - \frac{x}{5} \right)$  (S.I.).

α) Να υπολογίσετε την περίοδο, το μήκος κύματος και την ταχύτητα διάδοσης αυτού του κύματος.

β) Να υπολογίσετε την απόσταση στην οποία θα έχει φθάσει το κύμα τη χρονική στιγμή  $t_1 = 13s$ .

γ) Να βρείτε τις φάσεις των σημείων  $x_N = 32,5m$  και  $x_K = 36m$  τη χρονική στιγμή  $t_1 = 13s$ .

δ) Να γράψετε τις εξισώσεις της φάσης  $\varphi = f(x)$ , της απομάκρυνσης  $y = f(x)$ , και της δυναμικής ενέργειας ταλάντωσης  $U = f(x)$  σε συνάρτηση με την απόσταση  $x$  από την πηγή  $O$ , τη χρονική στιγμή  $t_1 = 13s$ . Να θεωρήσετε ότι κάθε στοιχειώδες τμήμα του σκοινιού έχει μάζα  $m = 2 \cdot 10^{-3} kg$ .

ε) Τη χρονική στιγμή  $t_1 = 13s$  να βρείτε για το σημείο  $\Lambda$  με απόσταση από την πηγή  $x_\Lambda = 20m$ :

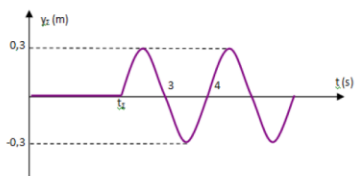
i) τη φάση του.

ii) την απομάκρυνσή του  $y$  από τη θέση ισορροπίας του.

iii) τη δυναμική ενέργεια ταλάντωσης μάζας του σκοινιού  $m = 2 \cdot 10^{-3} kg$  που ταλαντώνεται στο παραπάνω σημείο.

### Άσκηση 3.

Η πηγή  $O$  που βρίσκεται στην αρχή του άξονα  $x'x$ , αρχίζει τη χρονική στιγμή  $t=0$  να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, που περιγράφεται από την εξίσωση  $y = A \eta \mu \omega t$ . Το κύμα που δημιουργεί, διαδίδεται κατά μήκος γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου και κατά τη θετική φορά. Ένα σημείο  $\Sigma$  απέχει από την πηγή  $O$  απόσταση  $12m$  και αρχίζει να ταλαντώνεται τη χρονική  $t_\Sigma$ . Στη γραφική παράσταση που ακολουθεί φαίνεται η απομάκρυνση του σημείου  $\Sigma$  από τη θέση ισορροπίας του, σε συνάρτηση με το χρόνο. Δίνεται  $\pi^2 = 10$ .



Να υπολογίσετε:

α) Την περίοδο του κύματος.

β) Τη χρονική στιγμή  $t_\Sigma$  και την ταχύτητα διάδοσης του κύματος.

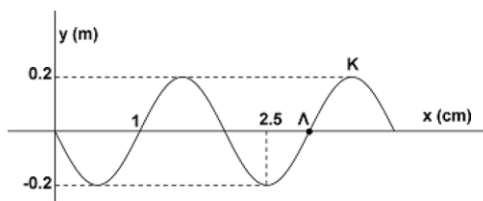
γ) Το μέτρο της μέγιστης επιτάχυνσης ταλάντωσης του σημείου  $\Sigma$ .

δ) Το μέτρο της ταχύτητας ταλάντωσης του σημείου  $\Sigma$  όταν θα βρίσκεται στη θέση  $y = -0,15m$  από τη θέση ισορροπίας του.

ε) Τη διαφορά φάσης του σημείου  $\Sigma$  μεταξύ των χρονικών στιγμών  $t_1 = 12s$  και  $t_2 = 15s$ .

### Άσκηση 4.

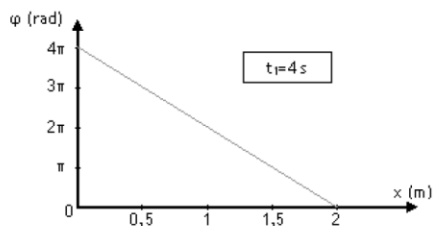
Η πηγή κύματος  $O$  αρχίζει τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0s$  να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους  $A = 0,2m$ . Το αρμονικό κύμα που δημιουργείται διαδίδεται κατά μήκος γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου, κατά τον άξονα  $Ox$ . Στο παρακάτω διάγραμμα απεικονίζεται το στιγμιότυπο του κύματος μετά από χρόνο  $t_1 = 10s$ .



- α) Να υπολογίσετε την ταχύτητα  $u$  διάδοσης του κύματος στο ελαστικό μέσο.
- β) Να βρείτε την περίοδο  $T$  του αρμονικού κύματος.
- γ) Να υπολογίσετε το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας ταλάντωσης των μορίων του ελαστικού μέσου.
- δ) Να γράψετε την εξίσωση του αρμονικού κύματος.
- ε) Να υπολογίσετε τη διαφορά φάσης μεταξύ των σημείων  $K$  και  $\Lambda$  τη χρονική στιγμή  $t_1$ .

### Άσκηση 5.

Το σχήμα παρουσιάζει τη γραφική παράσταση  $\varphi = f(x)$  της φάσης των σημείων μιας ομογενούς ελαστικής χορδής, στην οποία διαδίδεται ένα εγκάρσιο αρμονικό κύμα, τη χρονική στιγμή  $t_1 = 4 \text{ s}$ . Το πλάτος της ταλάντωσης των σημείων από τα οποία περνά το κύμα είναι  $A = 0,2 \text{ m}$ . Δύο σημεία  $K$  και  $\Lambda$  της χορδής βρίσκονται στις θέσεις  $x_K = +1 \text{ m}$  και  $x_\Lambda = +1,5 \text{ m}$ , αντίστοιχα. Για το σημείο της θέσης  $x = 0$  γνωρίζουμε ότι τη χρονική στιγμή  $t = 0$  το σημείο αυτό διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του με θετική ταχύτητα



- α) Να γραφεί η εξίσωση του κύματος.
- β) Να γραφεί η εξίσωση  $u = f(x, t)$  της ταχύτητας ταλάντωσης των σημείων του ελαστικού μέσου.
- γ) να βρεθούν οι χρονικές στιγμές  $t_{(K)}$  και  $t_{(\Lambda)}$ , στις οποίες τα σημεία  $K$  και  $\Lambda$  ξεκινούν ταλάντωση.
- δ) Να υπολογιστεί η διαφορά φάσης μεταξύ των ταλαντώσεων των σημείων  $K$  και  $\Lambda$  την ίδια χρονική στιγμή.
- ε) Να γίνει η γραφική παράσταση  $\phi = f(t)$  του σημείου  $\Lambda$ , μέχρι τη στιγμή που το σημείο  $\Lambda$  έχει εκτελέσει μία πλήρη ταλάντωση.
- στ) Να γίνει η γραφική παράσταση  $y = f(t)$  του σημείου  $\Lambda$ , μέχρι τη στιγμή που το σημείο  $\Lambda$  έχει εκτελέσει 2 πλήρεις ταλαντώσεις.
- ζ) Να βρεθεί η φορά κίνησης του σημείου  $\Lambda$ , τη χρονική στιγμή  $t_1$ .
- η) Να σχεδιαστεί το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή  $t_2 = 8 \text{ s}$ .

### ΘΕΜΑ Δ

#### Πρόβλημα 1.

Εγκάρσιο γραμμικό κύμα που διαδίδεται σε ένα ελαστικό ομογενές μέσον κατά την θετική κατεύθυνση και έχει εξίσωση:  $y = 6 \cdot 10^{-2} \cdot \eta\mu(2\pi t - 10\pi x)$ , (S.I.). Η πηγή  $O$  παραγωγής αυτού του κύματος βρίσκεται στη θέση  $x = 0$  του ημιάξονα  $Ox$  και τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  ξεκινά να ταλαντώνεται από τη θέση ισορροπίας της με θετική ταχύτητα.

- α) Να υπολογισθούν το πλάτος  $A$ , η περίοδος  $T$ , το μήκος  $\lambda$  και η ταχύτητα διάδοσης  $u$  του κύματος.
- β) Να γραφεί η εξίσωση της ταχύτητας ταλάντωσης και της φάσης ενός σημείου  $\Sigma$  που απέχει  $x_\Sigma = 0,4 \text{ m}$  από το  $O$  σε συνάρτηση με τον χρόνο και να γίνουν οι γραφικές τους παραστάσεις.
- γ) Αν το  $\Sigma$  θεωρηθεί υλικό σημείο με μάζα  $m = 10^{-3} \text{ Kg}$  να εκφραστεί η κινητική του ενέργεια σε συνάρτηση με το χρόνο.
- δ) Πόσο απέχουν μεταξύ τους δύο σημεία  $M$  και  $N$  που έχουν την ίδια χρονική στιγμή φάσεις  $\varphi_M = 2\frac{\pi}{3} \text{ rad}$  και  $\varphi_N = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$ ;
- ε) Να παρασταθεί το στιγμιότυπο του κύματος  $y = f(x)$  τη χρονική στιγμή  $t = 2,75 \text{ s}$ .

### Πρόβλημα 2.

Μια πηγή Ο αρχίζει να εκτελεί, τη χρονική στιγμή  $t=0$ , απλή αρμονική ταλάντωση. Το παραγόμενο από την πηγή γραμμικό αρμονικό κύμα, διαδίδεται σε ελαστικό ομογενές μέσο, προς τη θετική φορά  $x'x$ . Τα σημεία του μέσου ταλαντώνονται εξαιτίας του κύματος και έχουν εξίσωση επιτάχυνσης:  $a = -\pi^2 \cdot 10^{-4} \eta \mu 2\pi \left( \frac{t}{2} - \frac{x}{4} \right)$  (S.I.).

α) Να υπολογίσετε τη γωνιακή συχνότητα του κύματος.

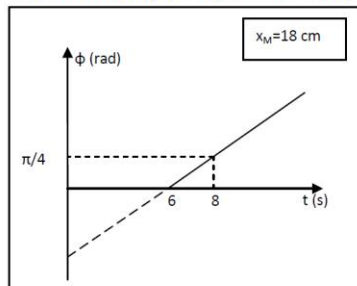
β) Να βρείτε την μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης των μορίων του ελαστικού μέσου και την ταχύτητα διάδοσης αυτού του κύματος.

γ) Πότε θα βρίσκεται για 1<sup>η</sup> φορά στην ανώτερη θέση της ταλάντωσής του ένα σημείο Κ που βρίσκεται σε απόσταση  $x_K=10$  m από την πηγή Ο;

δ) Να υπολογίσετε την ταχύτητα ταλάντωσης ενός άλλου σημείου Λ που βρίσκεται σε απόσταση  $x_\Lambda=13$  m από την πηγή Ο, κάποια στιγμή που το Κ θα βρίσκεται στην ανώτερη θέση της ταλάντωσής του;

### Πρόβλημα 3.

Η διπλανή γραφική παράσταση αναφέρεται στη μεταβολή της φάσης  $\phi$  σε συνάρτηση με το χρόνο ενός σημείου Μ ελαστικού μέσου στο οποίο διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα πλάτους  $A=10$  cm προς τη θετική κατεύθυνση. Το σημείο Μ απέχει από την πηγή Ο παραγωγής κυμάτων απόσταση  $x_M=18$  cm και μπορεί να θεωρηθεί υλικό σημείο μάζας  $m=2 \cdot 10^{-3}$  kg. Η πηγή του κύματος βρίσκεται στη θέση  $x_0=0$  και ξεκινά να ταλαντώνεται από τη θέση ισορροπίας τη χρονική στιγμή  $t_0=0$  με  $u > 0$ .



α) Να υπολογίσετε την περίοδο και το μήκος του κύματος.

β) Να γραφεί η εξίσωση του κύματος.

γ) Να παρασταθεί γραφικά η εξίσωση της απομάκρυνσης του σημείου Μ καθώς και ενός άλλου σημείου Ν, που βρίσκεται δεξιά του Μ και απέχει από αυτό απόσταση  $d = \frac{\lambda}{2}$ , από τη θέση ισορροπίας τους σε συνάρτηση με το χρόνο σε κοινό διάγραμμα.

δ) Να υπολογίσετε τη δυναμική ενέργεια ταλάντωσης του σημείου Μ τη χρονική στιγμή  $t=8$  s.

### Πρόβλημα 5.

Γραμμικό αρμονικό εγκάρσιο κύμα με πλάτος  $A=4 \cdot 10^{-3}$  m και περίοδο  $T=2$  s, διαδίδεται σε ομογενές ελαστικό μέσο με ταχύτητα  $u=2$  cm/s. Η πηγή παραγωγής αυτού του κύματος βρίσκεται στη θέση  $x=0$ , αρχή του ημιάξονα  $Ox$  και τη χρονική στιγμή  $t=0$  ξεκινά να ταλαντώνεται από τη θέση ισορροπίας της με σταθερή ταχύτητα. Κάθε μόριο του ελαστικού μέσου μπορεί να θεωρηθεί υλικό σημείο μάζας  $m=1 \cdot 10^{-3}$  kg.

α) Να γράψετε την εξίσωση αυτού του κύματος.

β) Να υπολογίσετε τη φάση του σημείου Σ που βρίσκεται στη θέση  $x_\Sigma=3$  cm τη στιγμή  $t_1=4,5$  s.

γ) Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του κύματος την χρονική στιγμή  $t_1$  καθώς και τη χρονική στιγμή  $t_2 = t_1 + \frac{T}{4}$ .

δ) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της κινητικής ενέργειας των διαφόρων σημείων του ελαστικού μέσου τη χρονική στιγμή  $t_1$  σε συνάρτηση με την απόστασή τους  $x$  από το σημείο Ο τη χρονική στιγμή  $t_1$ .